2024학년도 한국공학대학교 편입학

수학고사 문제지(25문항)

고사일시	2024. 1. 19. (금) 10:00 ~ 11:00		
편입유형	일반편입	지원학과(전공)	
수험번호		성명	

<< 답안 작성 시 유의사항 >>

□ 문제지는 총 25문항 7면으로 인쇄되어 있습니다.

□ 문제지 및 OMR답안지에 지원학과(전공), 수험번호, 성명을 정확히 표기하여야 합니다.

□ OMR답안지에는 검정색 펜(싸인펜, 볼펜 등)만 사용하여야 하며, 답안 수정 시 수정테이프 사용이 가능합니다.

□ 미 표기 및 잘못 표기한 경우 0점 처리됩니다.

□ 오답에 대한 감점은 없습니다.

1. $\sec(\tan^{-1}(-2))$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $-\sqrt{5}$

③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2. 세 벡터 $\vec{a}=\langle 2,-1,0\rangle$, $\vec{b}=\langle 0,3,1\rangle$, $\vec{c}=\langle 5,0,2\rangle$ 에 대해 삼중적 $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}$ 의 값은? [3점]

① 17 ② 7

③ -7 ④ -17

3. 극한 $\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)\sin(x^2)}{x^2+1}$ 의 값은? [4점]

① 0 ② 1

③ 2 ④ 3

4. 극한 $\lim_{x\to 0+}\frac{\int_{x^2}^{x^4}\sinh\sqrt{t}\,dt}{x^3}$ 의 값은? [5점]

① 발산 ② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{2}{3}$

5. 곡선 $x^2y+\tan(\ln(xy+1))=\cos(xy^2)+3y$ 에 대해 $x=0$일 때, 접선의 방정식은? [4점]

① $y=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}x$ ② $y=-\frac{1}{3}-\frac{1}{9}x$

③ $y=-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}x$ ④ $y=-1-\frac{1}{3}x$

6. 정적분 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x-1}+1}{x}dx$ 의 값은? [5점]

① $\pi+2$ ② $2+\ln 2-\frac{\pi}{2}$

③ $\frac{1}{3}-\sqrt{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}+\ln 2$

7. 정적분 $\int_0^{\pi/2}(3\sin^3 x-\cos^2 2x)dx$ 의 값은? [3점]

① $2+\pi$ ② $6-\frac{3}{4}\pi$

③ 2π ④ $2-\frac{\pi}{4}$

8. 매개변수방정식 $x=t^2$, $y=t^3-2t$ 에 대해 $t=1$ 에서 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$

9. 극곡선 $r=\cos\theta$ 의 내부와 극곡선 $r=1-\sin\theta$ 의 외부가 겹치는 영역의 넓이는? [5점]

① π ② $2-\frac{1}{2}\pi$

③ $\frac{\pi}{2}-1$ ④ $1-\frac{\pi}{4}$

10. 급수 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^{2n}(2n+1)!}\pi^{2n+1}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② 1

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

11. $e^{x^2yz}+xy^2z+\ln(z+xy)=1$ 에 대해 $(x,y)=(0,1)$ 일 때, $\frac{\partial z}{\partial x}$ 의 값은? [3점]

① -2 ② $\frac{1}{2}$

③ 1 ④ $-\frac{3}{4}$

12. 함수 $f(x,y)=\arctan(xy)$ 에 대해 $(x,y)=(1,1)$ 에서 벡터 $\vec{v}=\langle 3,4\rangle$ 방향으로 순간 변화율은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$

③ 1 ④ $\frac{7}{10}$

13. 함수 $f(x,y)$는 연속인 이계 편도함수를 갖고 $x=r^2+s^2$, $y=2r+s^3$ 이다. $f_{xx}(2,3)=1$, $f_{yy}(2,3)=-1$, $f_{xy}(2,3)=2$, $f_x(2,3)=-2$, $f_y(2,3)=5$ 이고 $(r,s)=(1,1)$일 때, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial r^2}$ 의 값은? [5점]

① -4 ② 0
③ 12 ④ 20

14. 이중적분 $\int_0^1\int_{x/2}^{x} e^{-y^2}dy\,dx+\int_1^2\int_{x/2}^{1} e^{-y^2}dy\,dx$ 의 값은? [4점]

① $\dfrac{3}{4}(e^4-1)$ ② $\dfrac{1}{2}(1-e^{-1})$
③ $\dfrac{1}{4}e$ ④ $2-\dfrac{e}{4}$

15. 이중적분 $\int_0^2\int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{0}\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$ 의 값은? [4점]

① $\pi+\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{3\pi}{4}+1$
③ $\dfrac{3}{8}$ ④ $\dfrac{16}{9}$

16. $\int_0^1\int_0^y\int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y,z)\,dx\,dz\,dy=\int_0^1\int_0^{x^2}\int_a^b f(x,y,z)\,dy\,dz\,dx$ 일 때, a,b 는? [4점]

① $a=z,\ b=x^2$ ② $a=x,\ b=z^2$
③ $a=0,\ b=z$ ④ $a=0,\ b=x$

17. 미분방정식 $y' = \dfrac{x\sqrt{1-y^2}}{1+x^2}$, $y(0)=1$ 을 만족시키는 해는? [3점]

① $\tan x + 2\ln y = 0$

② $\sin^{-1} y - \dfrac{1}{2}\ln(1+x^2) = \dfrac{\pi}{2}$

③ $\ln x + \dfrac{x^2}{2} + \sin^{-1} y = \dfrac{\pi}{2}$

④ $\tan^{-1} y + x + \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{\pi}{4}$

18. 미분방정식 $\sec x \dfrac{dy}{dx} + y = \sin x$ 의 일반해는? [3점]

① $y = e^{\cos x} + Ce^{-\sin x}$ ② $y = \sin x - 1 + Ce^{-\sin x}$

③ $y = e^{\cos x} + C$ ④ $y = \sin x - 1 + C$

19. 미분방정식 $(y^2 + xy^3)dx + (5y^2 - xy + y^3 \sin y)dy = 0$ 의 해는? [5점]

① $xy^2 + \dfrac{x^2y^3}{2} + xy^3 \sin y = C$

② $\dfrac{y^3}{3} + \dfrac{xy^4}{4} + 5y^2x - \dfrac{x^2y}{2} + xy^3 \sin y = C$

③ $\dfrac{x}{y^2} + y^3x - x\cos y = C$

④ $\dfrac{x}{y} + \dfrac{x^2}{2} + 5\ln y - \cos y = C$

20. 미분방정식 $(1+x^2)y'' + 2xy' = 0$ 의 해 $y_1 = 1$ 에 대해 독립인 두 번째 해 $y_2(x)$ 는? [4점]

① $y_2(x) = \dfrac{1}{x}$ ② $y_2(x) = \tan^{-1} x$

③ $y_2(x) = \ln x$ ④ $y_2(x) = x^2 \ln x$

21. 미분방정식 $y'' + 4y = 4\sec 2x$ 의 일반해는? [5점]

① $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x + (\ln|\cos 2x|)\cos 2x + 2x\sin 2x$

② $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x + \cos 2x + \ln(|\sin 2x|)\sin 2x$

③ $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + \cos 2x + x\sin 2x$

④ $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + e^{2x}\cos x + x\sin x$

22. 초깃값 문제 $x^2y'' - 2xy' + 2y = 3x^2,\ y(1) = -1,\ y'(1) = -1$ 의 해는? [4점]

① $y = \frac{9}{2}x - 4x^2 - \frac{3}{2}x^4$ ② $y = -2x + x^2 - \ln x$

③ $y = 2x^2 + 3x^2\ln x$ ④ $y = 2x + 3x^2(\ln x - 1)$

23. 함수 $f(t) = \begin{cases} 0 & , 0 \le t < \pi \\ \cos\left(\frac{t}{2}\right) & , t > \pi \end{cases}$ 의 라플라스 변환 $\mathcal{L}\{f(t)\}$ 는? [4점]

① $\frac{4s}{4s^2+1}e^{-\pi s}$ ② $\frac{4}{4s^2+1}e^{-\pi s}$

③ $-\frac{2s}{4s^2+1}e^{-\pi s}$ ④ $-\frac{2}{4s^2+1}e^{-\pi s}$

24. 함수 $F(s) = \frac{4}{(s^2-2s+5)^2}$ 의 역변환 $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ 는? [5점]

① $e^{-t}\frac{t\cos 2t}{4}$ ② $e^{-t}\left(\frac{\cos 2t}{2} - \frac{t\sin 2t}{4}\right)$

③ $e^{t}\left(\frac{\sin 2t}{4} - \frac{t\cos 2t}{2}\right)$ ④ $e^{t}(t\sin 2t + \cos 2t)$

25. 함수 $f(t)=\begin{cases}0 & , 0 \le t < \pi \\ \cos t & , t > \pi\end{cases}$ 일 때, 초깃값 문제 $y'' + 9y = f(t)$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$ 의 해는? [5점]

$\left(\text{단, } u(t-\pi)=\begin{cases}0, 0 \le t < \pi \\ 1, t > \pi\end{cases}\right)$

① $y=\sin 3t+\cos 3t+\frac{1}{4}(\cos 3t+\cos t)\,u(t-\pi)$

② $y=\sin 3t+\cos 3t+\frac{1}{2}(\cos t-\cos 3t)\,u(t-\pi)$

③ $y=\cos 3t+\frac{1}{3}\sin 3t+\frac{1}{8}(\cos t-\cos 3t)\,u(t-\pi)$

④ $y=\cos 3t+\frac{1}{3}\sin 3t+\frac{1}{4}(\cos t+\cos 3t)\,u(t-\pi)$